

〈原 著〉

リレー競技の走者の選定に関する数理的手法 —タイムの予想分布を任意に想定した際の目標達成確率の計算方法—

廣津 信義*・仲村 明**・金子今朝秋*

A mathematical method for assigning runners to a relay team
—A calculation method for obtaining the probability of achieving an aiming time
with regard to any predictions of distributions of each runner's time—

Nobuyoshi HIROTSU*, Akira NAKAMURA** and Kesatoki KANEKO*

Abstract

In this paper, we propose a mathematical approach to find the optimal assignment of runners to a relay team. We have developed a calculation method for obtaining the probability of achieving an aiming time with regard to any predictions of distributions of each runner's time. In order to handle any predictions of distributions, the method of Fast Fourier Transform is applied to the calculation of the distribution of the total time of runners. This method is illustrated using a hypothetical road relay and demonstrates how this approach may help to determine the assignment of runners by showing the concrete assignment and the probability of its achieving the aiming time.

Key words: assignment, FFT, mathematical method, relay, runners

1. はじめに

4×100 m リレーや駅伝などに代表されるリレー競技においては、選手の選抜だけでなく、選手の出走順あるいは出走区間を決定することは、監督・コーチにとって重要な問題である。通常は、選手のコンディションや直近のレースの結果を参考にするだけでなく選手の育成なども含めた多くの要因が総合的に勘案されて最終決定されている。

このように走順の決定は、非常に複雑な問題といえるが、決定のため参考情報を与えるという意味

で、ひとつのアプローチ方法として、数学的に最適な出走順を検討した廣津・奥野⁵⁾の研究がある。彼らは、あえて単純化した数理モデルを用い、最適な選手選定の算出を試みている。その基本的な考え方として、各選手の(確定値として与えられている)予想タイムの合計を最短とするような選手選定だけでなく、各選手のタイムがばらつくという前提に立ち、予想タイムが正規分布に従うとしたとき、チームとして設定している合計タイムの目標値(以下、目標タイム)を達成する確率を最大化するという意味での最適な選手選定を行う方法を提示している。しかしながら、正規分布に従うという前提が、一般的には成り立つとは限らないという問題がある。

そこで、本論文では、正規分布に限らない任意の分布を想定した際の計算方法を提示することで、廣津・奥野⁵⁾の手法の拡張を図る。具体的な計算例と

* 順天堂大学大学院スポーツ健康科学研究科
Graduate School of Health and Sports Science,
Juntendo University

** 順天堂大学スポーツ健康科学部
School of Health and Sports Science, Juntendo
University

しては、彼らと同じように5区からなる駅伝競走で8選手から5名を選抜し、適切な区間に割り当てるといふ問題を想定し、その際の最適な選手選定の計算方法と結果を、目標タイムとその達成確率との関係を示しつつ述べていく。また、目標タイムがある値に設定された場合だけでなく、対戦相手の予想タイムを目標タイムとする場合など、目標タイム自体もある分布をもつと仮定した場合の計算方法ならびに結果についても例示する。

本研究では、各選手のタイムが任意の分布に従うという前提で、目標タイムがある値ないしはある分布に設定された際に、それを達成する確率を最大化するという意味での最適な選手選定を行う方法を提示している点で、より現実的な前提の下での予想が可能となり有用性があるといえる。また、その計算において、一般的には音声信号の解析や画像の処理などに利用されている高速フーリエ変換の手法を、選手個々のタイムの予想分布から合計タイムの分布を算出することに応用している点で初めての試みであるといえる。

言うまでもなく、現実には、競技当日の体調や天候、コース状況のみならず、相手選手との駆け引きなどのレース展開も影響し、数理モデルと現実との乖離は避けられない。しかしながら、これらの状況も考慮しながら、個々の選手のタイムや目標タイムを任意の分布として予想すれば、定量的な評価が可能となるため、駅伝などのリレー競技での走順を検討する際に、監督・コーチの独自の考えを織り込みながら判断していく上でのひとつの参考情報となり得るのではないかと考えている。

本論文の構成は以下の通りである。第2節で、個々の選手のタイムを任意の分布で表現した際の合計タイムの計算方法、ならびに目標タイムがある値に設定された場合とある分布として設定された場合各々についての目標を達成する確率と最適な走順の算出方法について述べる。第3節では、具体的な例として、5区からなる駅伝競走で8選手を5区間に割り当てるといふ問題を想定した際の、計算結果ならびに考察について述べる。第4節ではまとめとともに今後

の課題についても言及する。

2. 方 法

2.1 選手のタイムを任意の分布で表現した際の合計タイムの計算方法

本節では、個々の選手のタイムを任意の確率分布に従う確率変数とした際の合計タイムの具体的な算出方法について述べる。以下、駅伝を例に説明するが、競泳や短距離走でのリレー競技についても同様に定式化できる。

まず、第 j 区($j=1, 2, \dots, n$)に割り当てられた選手のタイムの予想値を T_j と表記する。ただし、 T_j は累積分布関数 $F_j(t) = Pr(T_j < t)$ (確率密度関数 $f_j(t)$)に従う確率変数とする。全区間数 n は、短距離走のリレー競技では通常 $n=4$ であり、箱根駅伝では $n=10$ となる。合計タイム T は、各区間に割り当てられた選手のタイムの和となり、 $T = T_1 + T_2 + \dots + T_n = \sum T_j$ と表現できる。ここで、各区间での選手のタイム T_j がそれぞれ独立であると仮定すると、合計タイム T の累積分布関数 $F(t)$ は

$$\begin{aligned} F(t) &= Pr(T \leq t) \\ &= Pr(T_1 + T_2 + \dots + T_n \leq t) \\ &= \iiint \dots \int_{t_1 + t_2 + \dots + t_n \leq t} f_1(t_1) f_2(t_2) \dots f_n(t_n) dt_1 dt_2 \dots dt_n \end{aligned} \quad (1)$$

となり、 $f_j(t)$ の畳み込み積分で表現できる。合計タイム T の確率密度関数を $f(t)$ と表記し、 $n=5$ の場合でのイメージを図示すると図1のようになる。

(1)式を任意の分布について計算するためには、確率密度関数 $f_j(t)$ を離散分布として表現することで、数値計算に載せることが必要となる。すなわち、連続関数である確率密度関数 $f_j(t)$ を図2に示すように時間間隔 Δt の離散的な分布として(例えば、 $\Delta t=1$ 秒とすると1秒間隔の離散分布として)表現することで、数値計算が可能となる。なお、離散化すると厳密には関数値が異なってくるが、ここでは煩雑さを避けるため離散分布についても同じ記号 f を用いることとする。

一旦、離散分布として表現すると(1)式の畳み込

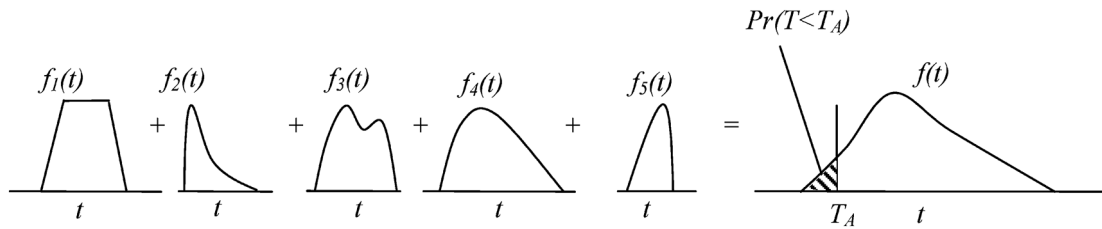


図1 各選手のタイム T_j の確率密度関数と合計タイム T の確率密度関数のイメージ

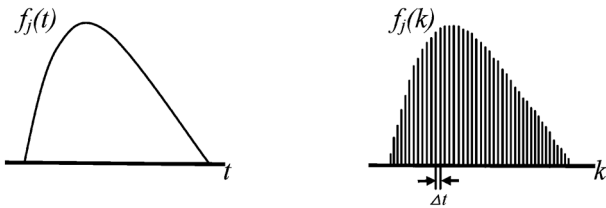


図2 第 j 区の選手のタイム T_j の確率密度関数 $f_j(t)$ の離散分布としての扱いのイメージ

み積分は、総和を使った畳み込み和として考えることで、

$$f(k) = \sum_{k_1+k_2+\dots+k_n=k} f_1(k_1)f_2(k_2)\dots f_n(k_n) \quad (2)$$

と計算できる。ただし、(2)式では第 j 区の選手のタイム T_j を離散時刻で表現するために非負の整数値 k_j を導入し、 $t = k_j \Delta t$ として $\Delta t = 1$ 秒で考えている。具体的には、 $k = k_1 + k_2 + \dots + k_n$ として、 k を 0 から順に K まで 1 ずつ増加させながら、

$$\begin{aligned} k=0 \text{ の時} : f(0) &= f_1(0)f_2(0)\dots f_n(0), \\ k=1 \text{ の時} : f(1) &= f_1(1)f_2(0)\dots f_n(0) \\ &\quad + f_1(0)f_2(1)\dots f_n(0) + \dots \\ &\quad + f_1(0)f_2(0)\dots f_n(1) \\ k=2 \text{ の時} : f(2) &= f_1(2)f_2(0)\dots f_n(0) \\ &\quad + f_1(0)f_2(2)\dots f_n(0) + \dots \\ &\quad + f_1(0)f_2(0)\dots f_n(2) \\ &\quad + f_1(1)f_2(1)\dots f_n(0) \\ &\quad + f_1(1)f_2(0)f_3(1)\dots f_n(0) + \dots \\ &\quad + f_1(0)f_2(0)\dots f_{n-1}(1)f_n(1) \end{aligned}$$

というように計算していくことで合計タイムの離散分布 $f(k)$ を式の上では求めることができる。しかしながら、実際にこのように計算していくと膨大な計算時間を要することとなる。

計算時間について述べると、(2)式では $k = k_1 + k_2 + \dots + k_n$ を満たすような非負の整数値 k_1, k_2, \dots, k_n のすべての組み合わせそれぞれについて計算しており、例えば、後述する数値例(表1, 図4)のように選手のタイムを台形状に予測し、選手1~5がそれぞれ区間1~5を走った時(走順12345)のとき、パーソナルコンピュータ(CPU: Intel Celeron M (1.0 GHz))上にてMicrosoft Excel VBAでプログラミングし、台形状の分布のレンジを考慮して効率的に配列計算を行ったところ、約50分の計算時間を要した。これより、後述するような8選手を5区に割り当てる ${}_8P_5 = 6720$ 通りのすべての走順について計算した場合は、単純に考えても約 $6720 \times 50 \div 3.4 \times 10^5$ 分(約8か月)要することとなり実用的ではない。そこで今回、(2)式の畳み込み和の計算は、高速フーリエ変換³⁾の手法を用いて計算することとした。

高速フーリエ変換の手法については詳述しないが、一般に、確率密度関数をフーリエ変換して得られる特性関数⁴⁾について、確率変数の和の特性関数はそれぞれの確率変数の特性関数の積となることが知られている⁶⁾。つまり、(2)式で $f(k)$ をフーリエ変換して得られた特性関数 $\mathcal{F}(f)$ が、各々の確率密度関数 $f_j(k_j)$ ($j = 1, \dots, n$) をフーリエ変換して得られた特性関数 $\mathcal{F}(f_j)$ の積と等しくなり、

$$\mathcal{F}(f) = \mathcal{F}(f_1)\mathcal{F}(f_2)\dots \mathcal{F}(f_n) \quad (3)$$

となる。これより $\mathcal{F}(f)$ を算出し逆フーリエ変換することで、合計タイムの確率密度関数 $f(t)$ を得ることができる。

このフーリエ変換の計算について、高速フーリエ変換の手法を用いると、さらに計算量を減らすこと

ができる。

今回の場合、離散化した際のサンプリング点数を N としたとき、(2)式の畳み込みの計算量は N^n のオーダーとなり、 n の増加に伴い指数的に増加していくが、フーリエ変換を利用することで計算量は N^2 のオーダーに、さらに高速フーリエ変換を利用することで計算量は $N \log_2 N$ のオーダーに抑えることができる。今回、高速フーリエ変換でのサンプリング点数を $N = 8192$ として計算を行ったところ、ひとつの走順の計算が約0.5分で済み、後述する8選手を5区に割り当てるすべての場合については約2日の計算時間で求めることができた。

なお、畳み込み和の計算値と高速フーリエ変換による計算値をいくつかの走順について比較したところ、両者の違いは概ね0.1%以下であり、高速フーリエ変換の処理に伴うゴーストの発生など数値的な不具合は生じていないことを確認している。

以上まとめると、監督・コーチは第 j 区の選手のタイム T_j の分布 $f_j(t)$ ($j = 1, \dots, n$) を予想さえすれば、後はそれを離散分布に置き換えて高速フーリエ変換を施すことで、現実的な計算時間で合計タイムの分布が算出できる。なお、予想される分布は任意であるので、測定値に基づいてもよいし、他のデータからの類推でもよい。

2.2 目標タイムを達成する確率と最適な走順の算出方法

上述した方法により合計タイムの分布 $f(t)$ を求めることができれば、それを基に目標タイムを達成する確率を計算することができる。以下では、まず目標タイムをある値 T_A に特定した場合の達成確率と最適な走順の算出方法を示してから、次いで目標タイムを分布として予想した場合も扱えるように拡張する。

1) 目標タイムを特定した場合の算出方法

特定の走順についての、目標タイムをある値 T_A に特定した場合の達成確率 $\Pr(T < T_A)$ は、前節で述べた方法により合計タイムの分布 $f(t)$ が求まると、図1に示すように $f(t)$ の T_A より小さい部分の面積を計算することにより得ることができる。特定

の走順だけでなく、可能な走順の中から最適な走順を算出するためには、一般に選手 $m (> n)$ 人を n 区間に割り当てる際は ${}_m P_n$ 通りの異なる走順があるので、その中から最適な走順を算出する必要がある。例えば、選手8人を5区間に割り当てる場合は、前述したように ${}_8 P_5 = 6720$ 通りの走順があるので、それらすべてについて合計タイムの確率密度関数を計算し、目標タイム T_A 以下となる確率を個別に求めることで、達成確率を最大とする最適な走順ならびにその時の達成確率が算出できる。目標タイムを優勝のための予想タイムと考えたならば、優勝する確率を最大化するような最適な走順とその確率が求められることとなる。

2) 目標タイムも分布を持つ場合の算出方法

目標タイムが特定の値 (T_A) をもつ場合は上述した方法で計算できるが、次に目標タイムも分布を持つ場合について述べる。分布自体は、例えば優勝するためのタイムや対戦相手のタイムなどを分布として予想したものとなる。他のチームの個々の選手のタイムの分布を予想し、第2.1節で述べた方法で算出した合計タイムを目標タイムの分布としてもよい。どちらにしても目標タイムも分布を持つとした場合は、目標タイムの分布に従い達成確率を求める必要がある。

まず、目標タイムの分布を $g(t)$ として、合計タイムの分布 $f(t)$ の場合と同様に、その離散化した分布を $g(k)$ と表現する。時刻 $t = k$ に着目すると、合計タイム $t = k$ を達成している確率は $f(t)$ において $t = k$ より小さい部分の面積に相当する。時刻 $t = k$ での目標タイムの分布の値 (目標タイム t が k と等しくなる確率) が $g(k)$ であるので、 $t = k$ において目標タイムを達成する条件付き確率は、

$$\Pr(t \leq k | k) = g(k) \sum_{t=0}^k f(t) \quad (4)$$

となる (図3)。目標タイムを分布とした際の達成確率は、 k の取りうる値すべてについて(4)式の和

$$\sum_k \Pr(t \leq k | k) = \sum_k \left[g(k) \left\{ \sum_{t=0}^k f(t) \right\} \right] \quad (5)$$

をとることで求めることができる。

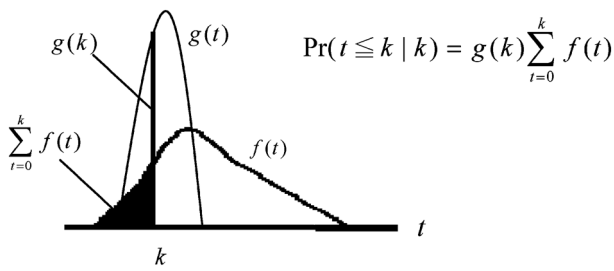


図3 目標タイムの分布 $g(t)$ と合計タイムの分布 $f(t)$ から目標を達成する確率の計算のイメージ

2.3 手法の説明のための数値例

上記の方法を、以下具体的な数値を用いて例示する。数値例としては、競泳や短距離走のリレー競技でもよいのであるが、ここでは5区からなる駅伝競走を例として考える。候補選手は8名とし、表1に示すように、各選手を各区分での最短タイム、ありそうなタイム(最頻のタイム)の範囲、最長タイムにて特徴づけ、タイムの分布としては図4に示すような台形状の分布にて予想してみた。ただし、これはあくまで一例であり、どのような形状の分布でも

表1 選手の各区分でのタイムの予想値(最短, 最頻, 最長タイムの予想)

	1区			2区			3区			4区			5区							
	最短	最頻	最長	最短	最頻	最長	最短	最頻	最長	最短	最頻	最長	最短	最頻	最長					
選手1	1:03:42	1:03:57	1:04:42	1:09:20	1:09:36	1:09:52	1:10:08	1:04:15	1:04:30	1:04:45	1:05:00	0:55:17	0:55:30	0:55:43	0:55:56	1:09:56	1:10:12	1:10:28	1:10:44	
選手2	1:04:46	1:05:01	1:05:46	1:06:01	1:10:29	1:10:46	1:11:02	1:11:18	1:05:20	1:05:35	1:05:50	1:06:05	0:56:13	0:56:26	0:56:39	0:56:52	1:11:06	1:11:22	1:11:38	1:11:55
選手3	1:03:47	1:04:32	1:06:46	1:07:30	1:09:57	1:10:46	1:11:34	1:12:22	1:04:50	1:05:35	1:06:20	1:07:04	0:55:47	0:56:26	0:57:04	0:57:43	1:10:33	1:11:22	1:12:11	1:13:00
選手4	1:05:50	1:06:05	1:06:50	1:07:05	1:11:39	1:11:55	1:12:11	1:12:28	1:06:24	1:06:39	1:06:54	1:07:09	0:57:08	0:57:21	0:57:34	0:57:47	1:12:16	1:12:32	1:12:49	1:13:05
選手5	1:04:51	1:05:36	1:07:50	1:08:35	1:11:07	1:11:55	1:12:44	1:13:32	1:05:54	1:06:39	1:07:24	1:08:08	0:56:43	0:57:21	0:57:59	0:58:38	1:11:44	1:12:32	1:13:21	1:14:10
選手6	1:03:52	1:05:06	1:08:49	1:10:04	1:10:35	1:11:55	1:13:16	1:14:37	1:05:24	1:06:39	1:07:54	1:09:08	0:56:17	0:57:21	0:58:25	0:59:29	1:11:11	1:12:32	1:13:54	1:15:15
選手7	1:06:55	1:07:10	1:07:55	1:08:10	1:12:49	1:13:05	1:13:21	1:13:37	1:07:29	1:07:44	1:07:59	1:08:14	0:58:04	0:58:17	0:58:30	0:58:43	1:13:26	1:13:43	1:13:59	1:14:15
選手8	1:06:00	1:07:14	1:10:58	1:12:12	1:12:54	1:14:14	1:15:35	1:16:56	1:07:33	1:08:48	1:10:03	1:11:17	0:58:08	0:59:12	1:00:16	1:01:20	1:13:32	1:14:53	1:16:14	1:17:35

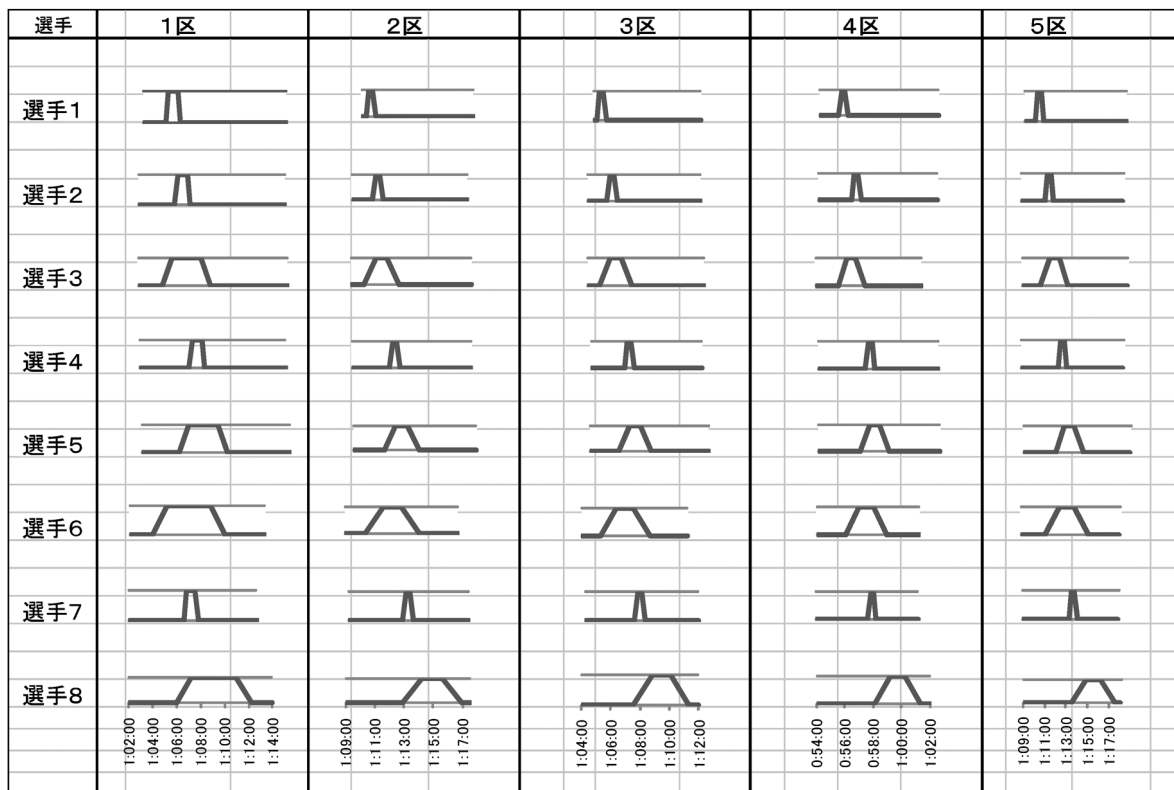


図4 選手の各区分でのタイムの予想分布

同様に定式化できる。

図4の分布から、選手1はタイムが短くかつ安定しており、選手2は選手1にタイムはやや劣るものの同様に安定した選手といえよう。選手3は選手2と比べると分布が広がっており安定性が乏しいといえる。ただ逆に言えば意外性があるともいえる。他の選手についても同様に、最短、最頻、最長でのタイムを示している。もし、タイムの平均が小さいほど優れており、またタイムのばらつきが小さい方が安定しているので優れていると考えるならば、表1や図4で選手は概ね優れている順に並んでいるといえる。この数値データを用いて、上述の手法に従い計算を行った結果を次節に述べる。

3. 結果と考察

3.1 合計タイムの分布の計算結果

前節の数値例を用いて、 $m=8$ 、 $n=5$ の場合について、高速フーリエ変換の手法を用いて、合計タイムの分布を計算した結果について述べる。まず、例として2.1節で示した走順12345の合計タイムの分布の計算結果を図5に破線で示している。個々の選手の分布は台形状であるが合計タイムの分布は山形の

分布になっている。

合計タイムの平均は走順42351のとき最小となり、その合計タイムの分布も図5に示している。合計タイムの平均を最小とするという意味では、走順42351が最も優れているといえる。

3.2 目標タイムを達成する確率と最適な走順の計算結果

1) 目標タイムを特定した場合の計算結果

目標タイムを特定の値に設定した場合、その達成確率を最大とする最適な走順はその設定値に応じて変わってくる。目標タイム T_A の設定値を変えたときの最適な走順の計算結果を表2に示す。

表2では、目標タイムを厳しく設定すると(最適な走順での)目標達成の確率(P_{best})が小さくなり、甘く設定すると達成の確率が高くなるのが定量的に明示されている。例えば、この例では、目標タイムを325分以下とすると達成する確率はほぼ0であるが、目標タイムを334分以上とすると、ほぼ確率1で達成できる。また、目標タイムが332分のときは、走順42351が目標タイムの達成確率を最大とする最適走順であり、その時の達成確率が0.843となることなどが示されている。表2より一般的に、目

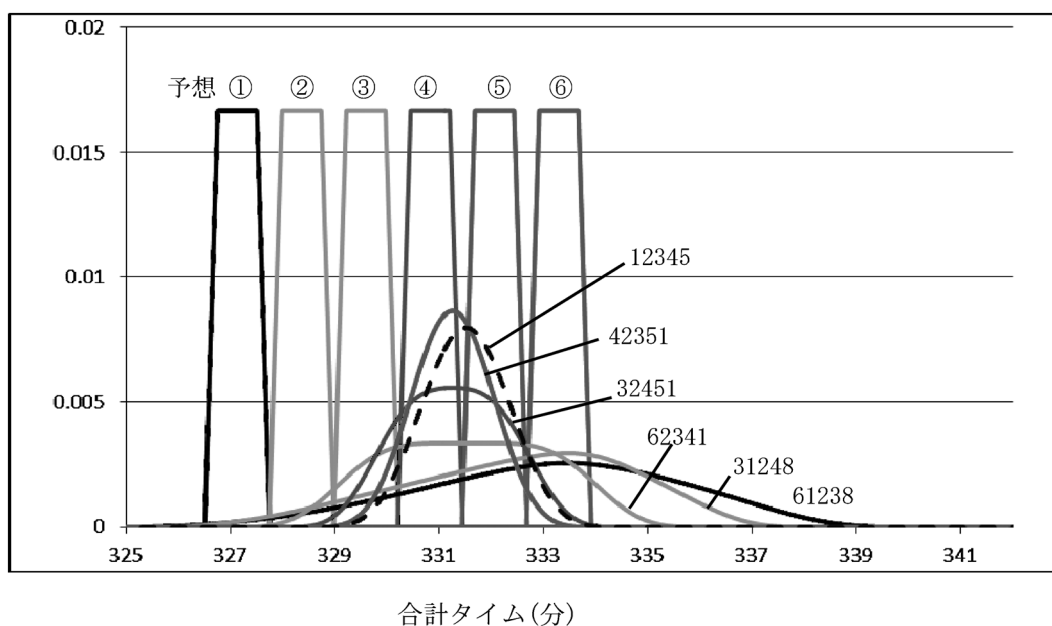


図5 各走順の合計タイムの分布ならびに例として設定した目標タイムの分布

表2 目標タイムにおける最適走順の例と合計タイムならびに目標達成の確率

目標タイム T_A (分)	最適走順	最適走順での合計タイムの平均 (分)	最適走順での合計タイムの標準偏差 (分)	最適走順での目標達成の確率 (P_{best})	走順42351での目標達成の確率 (P_{42351})	最適と42351との確率の差 ($P_{best}-P_{42351}$)
325	61328	333.12	2.52	0.000	0.000	0.000
326	61328	333.12	2.52	0.002	0.000	0.002
327	61238	333.09	2.51	0.009	0.000	0.009
328	31248	332.48	2.19	0.028	0.000	0.028
329	31248	332.48	2.19	0.073	0.000	0.073
330	62341	331.53	1.58	0.196	0.048	0.148
331	32451	331.25	1.02	0.418	0.379	0.039
332	42351	331.24	0.74	0.843	0.843	0.000
333	42351	331.24	0.74	0.993	0.993	0.000
334	41352	331.25	0.74	1.000	1.000	0.000
335	71432	332.24	0.59	1.000	1.000	0.000

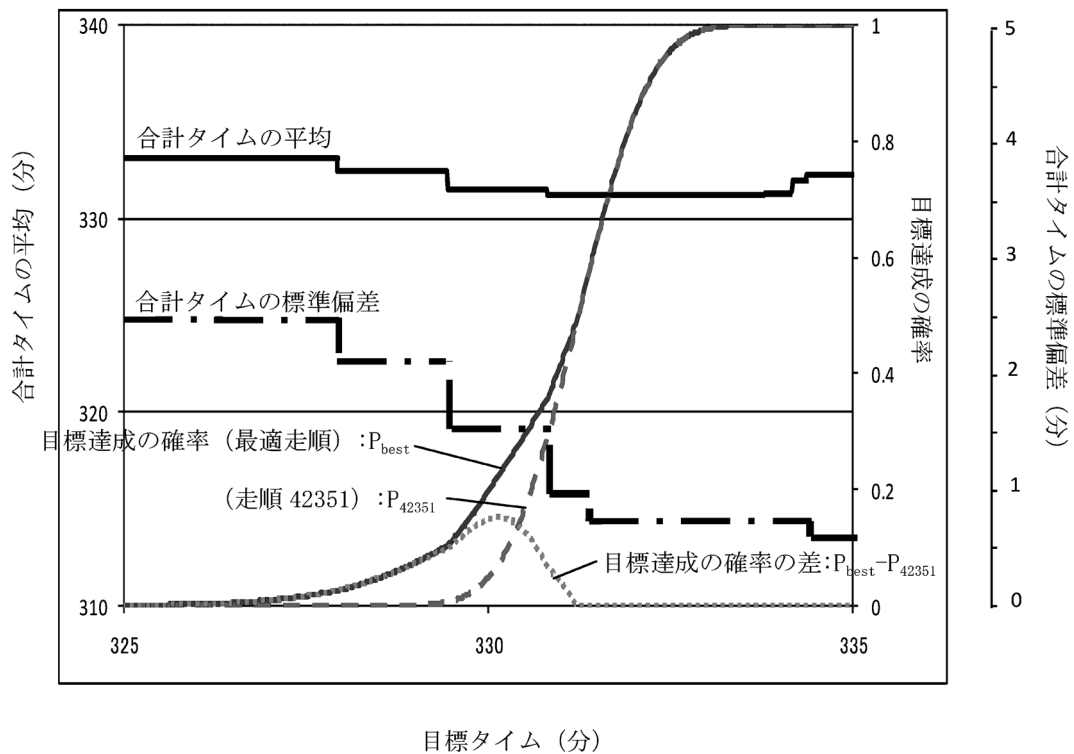


図6 最適走順での合計タイムの平均と標準偏差, および目標達成の確率

目標タイムの設定が緩和されるにつれて、合計タイムの平均と標準偏差の値が共に小さくなるような走順が最適となっていることもわかる。ただ、目標タイムが334分以上のときは、平均は増加に転じており、標準偏差のさらに小さな走順41352や71432が最適となっている。これは、目標タイムの設定が甘い

場合は、たとえ平均がより大きくなってでもより安定した選手を選ぶ方が目標達成の確率 (P_{best}) を高く維持できることによると考えられる。

選手のタイムのばらつきを考慮しない場合は、合計タイムの平均が最小となる走順42351が最適となるが、 P_{best} との比較のため走順42351の目標達成の

確率 (P_{42351}) ならびに、目標達成の確率の差 ($P_{best} - P_{42351}$) も表2中に併記している。また、表2の内容は図6に図示されており、目標タイムが330分を超えたあたりで、最適走順と走順42351との目標達成の確率の差が最大となることなどを見て取ることができる。

ちなみに、表2では、目標タイムが330分で、最適走順62341と走順42351との確率の差 ($P_{best} - P_{42351}$) が最大となっているが、両走順での合計タイムの平均は走順62341が331.53分、走順42351が331.24分であり、そのタイム差は0.29分(約18秒)となる。単純に平均という考え方だけでは、走順42351の方が約18秒優れている訳であるが、確率的には走順62341の方が優れていることとなる。このような違いは、直感というよりは本論文で示したような数理的な手法を用いて計算することにより認識することができると思われる。

2) 目標タイムも分布を持つ場合の計算結果

次に、目標タイムも分布を持つ場合の計算結果について述べる。この場合は、目標タイムの分布に対して個別に達成確率を求める必要がある。今回は例として、図5に示した予想①～⑥の6つの目標タイムの分布について計算結果を例示する。なお、図5では目標タイムを台形状の分布にて予想した場合を示しており、目標タイムの分布としては予想①が最も厳しい設定で、⑥が最も甘い設定となっている。

表3には、予想①～⑥の目標タイムの分布それぞれについての目標達成の確率とそれを最大にする最

適走順の計算結果を示している。例えば、予想⑥の下では、目標タイムとしては最も甘い設定となるが、表3に示すように走順42351で目標達成の確率が0.996と最大となる。このことは、図5において、走順42351の合計タイムの分布は、平均が小さく広がりも小さいため、予想⑥の分布を上回る(より短いタイムを達成する)可能性が高くなることから窺い知ることができる。表3では目標タイムを分布として厳しく設定すると目標達成の確率が小さくなり、甘く設定すると達成確率が高くなるという傾向が、前節同様に示されている。また目標タイムの設定が緩和されるにつれて、合計タイムの平均と標準偏差の値が共に小さくなるような走順が最適となっている点でも前節と同様の傾向が見られる。

3.3 散布図を利用した走順の選定など

今回の数値例では6720通りの中からいくつかの最適な走順を計算により求めたわけであるが、箱根駅伝のように10区ある場合、10選手を割り当てるとしても約363万通り ($10! = 3628800$ 通り)となる。今回の数値例とタイムのばらつきが同等の場合には、 $540 (= 3628800 / 6720)$ 倍の計算時間が必要となり、パーソナルコンピュータで計算できるレベルではなくなる。このような状況では、ある程度は選手の割り当て可能な区間を事前に絞り込んでから、計算することが必要となる。例えば、10区間中3区間だけでも割り当てを事前に確定できれば、7選手の7区間への割り当ては $5040 (= 7!)$ 通りとなるので、2日以内で計算可能となる。

表3 目標タイムの分布と各走順での目標達成の確率

走順	平均 (分)	標準偏差 (分)	目標タイムの分布					
			予想①	予想②	予想③	予想④	予想⑤	予想⑥
61238	333.1	2.51	0.011	0.039	0.096	0.194	0.336	0.514
31248	332.5	2.19	0.009	0.042	0.116	0.236	0.401	0.606
62341	331.5	1.58	0.000	0.013	0.129	0.359	0.607	0.843
32451	331.3	1.02	0.000	0.001	0.060	0.362	0.758	0.979
42351	331.2	0.74	0.000	0.000	0.018	0.308	0.844	0.996

注) 薄塗部が各予想に対する最適な走順での目標達成の確率に相当する。

また、計算上最適な走順を厳密に求めるのではなく、合計タイムの平均と標準偏差のみを評価指標として、ある程度の絞り込みをすることも有用であるかもしれない。現実的には他の多くの要因が絡むため複雑な状況ではあるが、あえて合計タイムの平均と標準偏差のみに着目し、以下のように散布図として表現することで、絞り込みが簡易にできると思われる。

例として、今回の6720通りの異なる走順について、合計タイムの平均と標準偏差の関係を図7に散布図として示している。標準偏差は概ね0.5~0.25分の範囲でばらついているが、表2に示された最適な走順は標準偏差がほぼ同等のクラスターの中で、平均が最小の走順となっていることがわかる。(すなわち、必ずしもすべての走順を比較することで最適な走順を導出しなくとも、図7に示したような合計タイムの平均と標準偏差の散布図として図示してみると、図中で左下に位置する走順42351を始めとし、各クラスターの中で左端ないしは下端に位置する61238, 31248, 62341, 32451, 41352が最適な走順となっている。) このように合計タイムの平均と標準偏差を散布図として視覚的に表現することで、監督・コーチが代表的な走順を平均と標準偏差の観

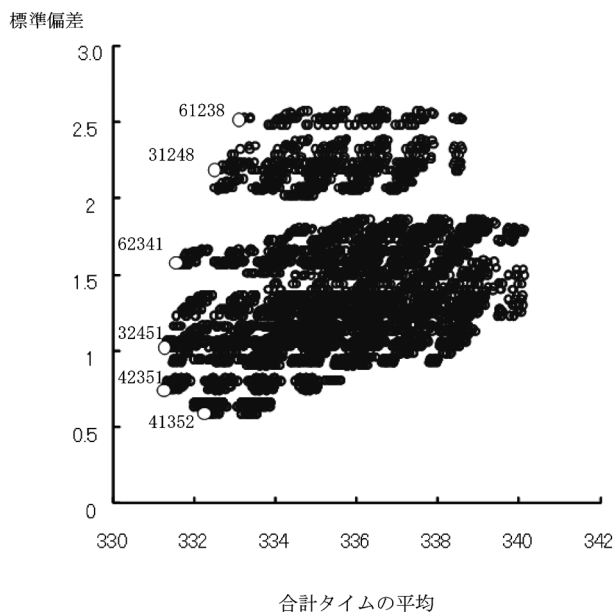


図7 合計タイムの平均と標準偏差の関係

点から識別しピックアップすることができるため、走順に絞り込みに活用できるのではないと思われる。

4. おわりに

本論文では、駅伝や競泳・短距離走などに代表されるリレー競技において、個々の選手のタイムを任意の分布で表現した際の合計タイムの計算方法、ならびに目標タイムがある値に設定された場合とある分布として設定された場合各々についての目標タイムの達成確率と最適走順の算出方法を提示した。具体的な計算例としては、選手8名を5区間に割り当てる場合について、合計タイムを高速フーリエ変換を用いて計算することで、目標タイムの達成確率と最適走順を求めてみた。

今回、各選手のタイムが独立な任意の分布に従うという前提での計算方法を示したが、そもそもどのような分布で予想するかという問題は残る。過去のタイムから大会時のタイムの予想については、例えば大崎ら¹⁾は、箱根駅伝について直前の16 km や 20 km のトライアル走と実際の結果との比較分析を行っている。また、西城ら²⁾や山地ら⁷⁾は選手の生理学的なデータなどから記録を予測することなどを試みている。今後、予測に関する研究と組み合わせることで、本論文の前提となる選手のタイムの分布をより客観的に予測できる可能性があると思われる。また、今回は各選手のタイムが独立であると仮定して合計タイムを算出したが、独立性については共分散を考慮したモデルを導入して検討していく必要があると考えている。

また、本稿ではリレー競技での合計タイムに着目して定式化した。短距離リレー競技に適用する際には、例えばバトンの受け渡し局面の影響を考慮するなど、競技特性に合わせた詳細な定式化が必要となるかもしれない。

今後、このような課題に取り組み、さらにモデルに工夫を加えることで、数理的手法が競技現場で監督・コーチの意思決定に役立ち、より広く活用されるよう努力していきたい。

5. 謝 辞

貴重な助言を下された2名の査読者に感謝いたします。本研究は、文科省科学研究費補助金基盤研究(C)課題番号21510159の助成を受け実施した。

文 献

- 1) 大崎 栄, 新居利広, 山村雅一, 岩垣丞恒 (2006) 箱根駅伝における各選手の区間記録の予測, 東海大学スポーツ医科学雑誌, 18, 7-17.
- 2) 西城克俊, 山本正彦, 木村瑞生 (2005) 呼気ガス分析から予測するランニングパフォーマンスの再検討, 東京工芸大学工学部紀要, 28, 71-75.
- 3) 渋谷道雄, 渡邊八一 (2007) Excel で学ぶフーリエ変換 (監修: 小川智哉), 東京, オーム社.
- 4) 添田喬, 中溝高好, 大松 繁 (1979) 信号処理の基礎と応用, 東京, 日新出版.
- 5) 廣津信義, 奥野 浩 (2007) リレー競技の走者の選定に関する数理的一手法, 順天堂大学スポーツ健康科学研究, 11, 1~9.
- 6) 伏見正則 (1987) 確率と確率過程, 東京, 講談社.
- 7) 山地啓司, 池田岳子, 横山泰行, 松井秀治 (1990) 最大酸素摂取量から陸上中長距離, マラソンレースの競技記録を占うことが可能か, ランニング学研究, 1, 7-14.

(平成23年6月8日 受付)
(平成23年8月30日 受理)